## Lösungen

### Aufgabe 1:

Wandeln Sie folgende Zahlen aus der dezimalen in die duale Darstellung um:

(a) 196.40625

```
Vorkommateil:
196 : 2 = 98 Rest 0
 98 : 2 = 49 Rest 0
 49 : 2 = 24 Rest 1
 24 : 2 = 12 Rest 0
 12 : 2 =  6 Rest 0
  6 : 2 =  3 Rest 0
  3 : 2 =  1 Rest 1
  1 : 2 =  0 Rest 1

Nachkommateil:
0,40625 * 2 = 0 , 8125
0,8125  * 2 = 1 , 625
0,625   * 2 = 1 , 25
0,25    * 2 = 0 , 5
0,5     * 2 = 1 , 0
```

$\rightarrow 196.40625 = (11000100.01101)_2$

(b) 45.375

```
Vorkommateil:
 45 : 2 = 22 Rest 1
 22 : 2 = 11 Rest 0
 11 : 2 =  5 Rest 1
  5 : 2 =  2 Rest 1
  2 : 2 =  1 Rest 0
  1 : 2 =  0 Rest 1

Nachkommateil:
0,375 * 2 = 0 , 75
0,75  * 2 = 1 , 5
0,5   * 2 = 1 , 0
```

$\rightarrow 45.375 = (101101.011)_2$

### Aufgabe 2:

Wandeln Sie folgende Zahlen aus der dualen in die dezimale Darstellung um:

(a) $1001.1101 = 2^3 + 2^0 + 2^{-1} + 2^{-2} + 2^{-4} = 9.8125$

(b) $1011.101 = 2^3 + 2^1 + 2^0 + 2^{-1} + 2^{-3} = 11.625$

### Aufgabe 3:

Wandeln Sie folgende Zahlen aus der hexadezimalen in die dezimale Darstellung um:

(a) $1B.3D = 1 \cdot 16^1 + 11 \cdot 16^0 + 3 \cdot 16^{-1} + 13 \cdot 16^{-2} = 27.23828125$

(b) $7A.2C = 7 \cdot 16^1 + 10 \cdot 16^0 + 2 \cdot 16^{-1} + 12 \cdot 16^{-2} = 122.171875$

**Aufgabe 4:**

Wandeln Sie folgende Zahlen aus der dualen in die hexadezimale und oktale Darstellung um:

(a) 101110.1100101

- $16 = 2^4 \rightarrow$ fasse je 4 binäre Ziffern zu einer hexadezimalen Ziffer zusammen
  $\underbrace{0010}_{2}\underbrace{1110}_{E}.\underbrace{1100}_{C}\underbrace{1010}_{A} = (2E.CA)_{16}$
- $8 = 2^3 \rightarrow$ fasse je 3 binäre Ziffern zu einer oktalen Ziffer zusammen
  $\underbrace{101}_{5}\underbrace{110}_{6}.\underbrace{110}_{6}\underbrace{010}_{2}\underbrace{100}_{4} = (56.624)_8$

(b) 100011.110101

- $16 = 2^4 \rightarrow$ fasse je 4 binäre Ziffern zu einer hexadezimalen Ziffer zusammen
  $\underbrace{0010}_{2}\underbrace{0011}_{3}.\underbrace{1101}_{D}\underbrace{0100}_{4} = (23.D4)_{16}$
- $8 = 2^3 \rightarrow$ fasse je 3 binäre Ziffern zu einer oktalen Ziffer zusammen
  $\underbrace{100}_{4}\underbrace{011}_{3}.\underbrace{110}_{6}\underbrace{101}_{5} = (43.65)_8$

Umwandeln der Ziffern anhand folgender Tabelle:

| 2 | 16 | 4 |
|---|---|---|
| 0000 | 0 | 00 |
| 0001 | 1 | 01 |
| 0010 | 2 | 02 |
| 0011 | 3 | 03 |

| 2 | 16 | 4 |
|---|---|---|
| 0100 | 4 | 10 |
| 0101 | 5 | 11 |
| 0110 | 6 | 12 |
| 0111 | 7 | 13 |

| 2 | 16 | 4 |
|---|---|---|
| 1000 | 8 | 20 |
| 1001 | 9 | 21 |
| 1010 | A | 22 |
| 1011 | B | 23 |

| 2 | 16 | 4 |
|---|---|---|
| 1100 | C | 30 |
| 1101 | D | 31 |
| 1110 | E | 32 |
| 1111 | F | 33 |

**Aufgabe 5:**

Wieviele Bytes benötigt man mindestens, um folgende Dezimalzahlen binär codiert zu speichern?

(a) 9

(b) 7625

(c) 897645

(d) 39427613

zunächst: Herleiten einer Formel anhand von Beispielen.

| Bit | Zahlenbereich |
|---|---|
| 3 | 4 ... 7 |
| 4 | 8 ... 15 |
| 5 | 16 ... 31 |
| $\vdots$ | $\vdots$ |
| n | $2^{n-1}$ ... $2^n - 1$ |

Also: Eine Zahl $z$ wird mit $\lfloor \log_2(z) \rfloor + 1$ Bit kodiert.

Ein Byte sind acht Bit, daher erhalten wir:

(a) $9 \Rightarrow 4$ Bit, also 1 Byte

(b) $7625 \Rightarrow 13$ Bit, also 2 Byte

(c) $897645 \Rightarrow 20$ Bit, also 3 Byte

(d) $39427613 \Rightarrow 26$ Bit, also 4 Byte

**Aufgabe 6:**

Im Internet werden die IP-Adressen byteweise in dezimaler Form geschrieben, bspw.

194.94.121.100

(a) Wieviele verschiedene Rechner können so (theoretisch) adressiert werden?

4 Byte sind 32 Bit, also können $2^{32} = (2^8)^4 = 256^4 = 4.294.967.296$ verschiedene Rechneradressen gebildet werden.

(b) Wie sieht die Adresse in binärer/hexadezimaler Schreibweise aus?

binär: 11000010.01011110.01111001.01100100

hexadezimal: C2.5E.79.64

**Aufgabe 7:**

Geben Sie die normalisierten Darstellungen der folgenden Zahlen an und wandeln Sie die Zahlen in das jeweils angegebene System um.

(a) $(2.7)_{10} \longrightarrow (10.1\overline{0110})_2 = (0.101\overline{0110})_2 \cdot 2^2$

(b) $(3.125)_{10} \longrightarrow (3.1)_8 = (0.31)_8 \cdot 8^1$

(c) $(1011.001101)_2 \longrightarrow (B.34)_{16} = (0.B34)_{16} \cdot 16^1$

(d) $(AF3C, 77A)_{16} \longrightarrow (1010\ 1111\ 0011\ 1100.0111\ 0111\ 1010)_2 =$
$(0.1010\ 1111\ 0011\ 1100\ 0111\ 0111\ 1010)_2 \cdot 2^{16}$

(e) $(0.000A3B7)_{16} \longrightarrow (00.00\ 00\ 00\ 22\ 03\ 23\ 13)_4 = (0.22\ 03\ 23\ 13)_4 \cdot 4^{-6}$

(f) $(0.001011101)_2 \longrightarrow (0.181640625)_{10} \cdot 10^0$

**Aufgabe 8:**

Führen Sie folgende arithmetische Operationen aus. Verwenden Sie bei der Subtraktion sowohl die Einer- als auch die Zweierkomplementdarstellung jeweils mit einer 8-Bit-Darstellung. Überprüfen Sie ihre Ergebnisse.

(a) 00110101 + 00110101

```
   00110101    53
 + 00110101   +53
-----------  ----
   01101010   106
```

(b) 01100111 + 00010101

```
   01100111   103
 + 00010101    21
-----------  ----
   01111100   124
```

(c) 00110101 - 01011100 $\quad 53 - 92 = -39 = (-00100111)_2$

```
Einerkomplement:           Zweierkomplement:

   00110101                   00110101
 + 10100011                  +10100100
-----------                 ----------
   11011000                   11011001
```

(d) 00110110 - 00011101 $\quad 54 - 29 = 25 = (00011001)_2$

```
Einerkomplement:           Zweierkomplement:

   00110110                   00110110
 + 11100010                  +11100011
-----------                 ----------
(1)00011000                   00011001
  +       1
-----------
   00011001
```

(e) 10101 * 10101 $\quad 21 \cdot 21 = 441 = (110111001)_2$

```
      10101 * 10101
   ----------------
              10101
            1010100
          101010000
   ----------------
          110111001
```

(f) 11010 * 1011 $\quad 26 \cdot 11 = 286 = (100011110)_2$

```
     11010 * 1011
-----------------
            11010
           110100
         11010000
-----------------
        100011110
```

**Aufgabe 9:**

Bestimmen Sie für die Dezimalzahl $-0.09375$ die normalisierte Gleitpunktdarstellung. Die Mantisse soll in der dualen Vorzeichen/Betragdarstellung (1Bit/7Bit) und der Exponent im Zweierkomplement (8Bit) dargestellt werden. Die Basis des Exponenten sei zwei.

- Zunächst wandeln wir die Zahl 0.09375 in die Binärdarstellung um:

```
0,09375 * 2 = 0 , 1875
0,1875  * 2 = 0 , 375
0,375   * 2 = 0 , 75
0,75    * 2 = 1 , 5
0,5     * 2 = 1 , 0
```

- nun normalisieren wir die Zahl:

$$0.09375 = (0,00011)_2 \cdot 2^0 = (0,11)_2 \cdot 2^{-3}$$

- jetzt können wir den Exponenten im Zweierkomplement darstellen:

$$-3 = (-00000011)_2 = (11111100)_{EK} = (11111101)_{ZK}$$

- durch das Hidden Bit fällt die erste 1 der Mantisse in der normalisierten Gleitpunktdarstellung weg:

$$\underbrace{1}_{Vorzeichen}\ \underbrace{1000000}_{Mantisse}\underbrace{11111101}_{Exponent}$$

Wie wird obige Zahl nach IEEE 754 mit 32-Bit dargestellt?

- zunächst müssen wir die Zahl normalisieren:

$$0.09375 = (0,00011)_2 \cdot 2^0 = (1,1)_2 \cdot 2^{-4}$$

- jetzt können wir den Exponenten in die Exzess-Darstellung bringen, indem wir 127 auf den Wert addieren:

$$-4 + 127 = 123 = (011111011)_{Exzess}$$

- durch das Hidden Bit fällt die erste 1 der Mantisse weg und wir erhalten:

$$\underbrace{1}_{Vorzeichen} \quad \underbrace{10000000000000000000000}_{Mantisse} \underbrace{01111011}_{Exponent}$$